FABAD Farm. Bil. Der.
13, 556 - 565, 1988

FABAD J. Pharm. Sci.
13, 556 - 565, 1988

Eczacılık İstatistiği

Regresyon Çözümlemesi

Levent ÖNER (*)
Reha ALPAR (**)

Korelasyon, değişkenler arasındaki ilişkinin yönü ve miktarı ile ilgilenir. Regresyon çözümlemesinde ise, ilişkinin miktar ve yönüne ek olarak bu ilişkinin fonksiyonel biçimi ortaya konur ve bir ya da birden fazla değişkenin bilinen değerleri yardımıyla bilinmeyen kestirilir (tahmin edilir). Örneğin, sürekli salınım sağlayan bir tabletteki polimer yüzdesi ile çözünme hızı arasında; mikrokapsüllerin çeper kalınlığı ile $t_{\%50}$ arasında vb. ilişki aranabilir.

Regresyon ve korelasyon çözümlemesinde, değişkenler arasında saptanan bir ilişkinin neden-sonuç ilişkisi olup olmadığı mutlaka incelenmelidir. Çünkü, neden-sonuç ilişkisi olmamasına rağmen, değişkenler arasında ilişkinin varlığından söz edilebilen durumlarla karşılaşılabilir.

Regresyon çözümlemesinde, bir değişkeni etkileyen değişkene ya da değişkenlere bağımsız değişken(ler) denir ve x ya da $x_1, x_2, \ldots x_n$ ile gösterilir. Bağımsız değişken(ler) den etkilenen değişkene ise bağımlı değişken denir ve y ile gösterilir. x ve y ile sembolize edilen regresyon çözümlemesinde iki değişken arasındaki doğrusal ilişki;

$$y = a + b\,x \tag{1}$$

şeklinde ifade edilir. Ancak, iki değişken arasında her zaman doğrusal bir ilişki söz konusu olmayabilir. Diğer bir deyişle, iki değişken arasında doğrusal olmayan bir ilişki de olabilir. Doğrusal olmayan ilişkiler $y = ab^x$, $y = ae^{-bx}$, $y = ax^b$, $y = a + b_1 x + b_2 x^2 \ldots$ vb. şeklinde ifade edilirler.

(*) Hacettepe Üniversitesi, Eczacılık Fakültesi, Farmasötik Teknoloji Anabilim Dalı.
(**) Hacettepe Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Biyoistatistik Bilim Dalı.

Teslim Tarihi : 14/2/1988
Kabul Tarihi : 20/8/1988

y bağımlı değişkenini etkileyen 1'den çok x bağımsız değişkeni olması durumunda ilişki;

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots\ldots + b_n x_n \qquad (2)$$

şeklinde ifade edilir ve bu tür ilişkinin incelenmesine «çoklu regresyon çözümlemesi» adı verilir. Örneğin, mikrokapsüllerden etken maddenin salıverilmesini; çekirdek; çeper oranı, çeper maddesinin özelliği, partikül büyüklüğü olmak üzere 3 bağımsız değişken etkileyebilir.

DOĞRUSAL REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİ :

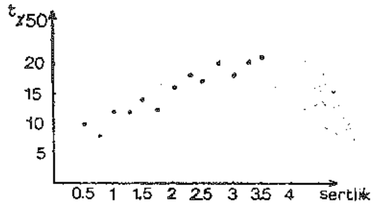
«Doğrusal regresyon çözümlemesi», konunun daha iyi anlaşılabilmesi için bir örnek verilerek açıklanacaktır.

Örnek : Bir araştırıcı, 250 mg'lık konvansiyonel bir tablette, tablet sertliğinin $t_{\%50}$ değerini artırdığını gözlemliyor ve aralarındaki ilişkiyi öğrenmek istiyor. Bu amaçla yaptığı çalışmanın sonuçları Tablo 1'de verilmiştir. Bu örnekte $t_{\%50}$, sertlik değerine bağımlıdır. Bu nedenle, sertlik; bağımsız (x), $t_{\%50}$ ise bağımlı (y) değişkenidir.

Tablo 1 : Bir Tabletin Sertlik ve $t_{\%50}$ Verileri

Sertlik (Kg) (x)	$t_{\%50}$ (dk) (y)
0.50	10
0.75	8
1.00	12
1.25	12
1.50	14
1.75	12
2.00	16
2.25	18
2.50	17
2.75	20
3.00	18
3.25	20
3.50	21
$\Sigma x = 26.00$	$\Sigma y = 198$
$\Sigma x^2 = 63.375$	$\Sigma y^2 = 3226$
$\Sigma xy = 442.5$	
$\bar{x} = 2.00$	$\bar{y} = 15.23$

Regresyon çözümlemesi yapmadan önce, verilerin x - y ekseni üzerindeki nokta grafiği mutlaka çizilmeli ve ilişkinin doğrusal bir ilişki gösterip göstermediğine bakılmalıdır. Çünkü, eğrisel bir ilişkiye, doğrusal regresyon çözümlemesini uygulamak çok hatalı sonuçları beraberinde getirecektir. Bu amaçla, örneğimiz için, verilerin nokta grafiği çizildiğinde, ilişkinin doğrusal bir model ile temsil edilebileceği görülür (Şekil 1).



Şekil 1 : x ve y Değerlerinin Nokta Grafiği

Regresyon çözümlemesinde amaç, verideki her x_i değerine karşılık gelen y_i değerlerini temsil edebilecek y'_i kestirim değerlerini bulabilmektir. Doğrusal regresyon çözümlemesinde bunu

$$y'_i = a + bx_i \tag{3}$$

denklemi sağlar. Bu denkleme regresyon kestirim denklemi adı verilir. Bu denklem yardımıyla çizilen doğruya da regresyon doğrusu denir.

y'_i'ler, herhangi bir x_i değeri için farklı sertlikteki tabletlerin y_i değerlerinin bir ortalamasını verir. Herhangi bir y_i gözlem değeri ile y'_i kestirim değeri arasındaki fark e_i ile gösterilir ve bu farka artık terimi denir.

Verilerin dağılımını temsil eden regresyon doğrusu; $(\bar{x}, \bar{y})$ ve ($x_i = 0$, $y'_i = a$) ikilisi gözönüne alınarak çizilebilir.

$y = a + bx$ doğrusal regresyon denkleminde;

x değişkeni : Başka bir değişken tarafından etkilenmeyen ancak, y'nin nedeni olan ya da onu etkileyen değişkendir. x değişkeni çoğu kez bağımsız değişken adını alır. Ayrıca, etkileyen değişken, açıklayıcı değişken, önkestirici değişken adlarını da alır. Bağımsız değişken verileri kesikli ya da sürekli olabilir.

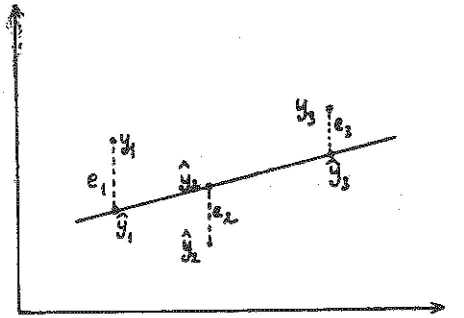
y değişkeni : x değişkenine bağlı olarak değişen ya da x değişkeni tarafından etkilenen değişkendir. y değişkeni çoğu kez bağımlı değişken adını alır. Ayrıca, etkilenen değişken, açıklanan değişken, önkestirilen değişken adlarını da alır. Bağımlı değişken, sürekli verilerden oluşmalıdır. Bağımlı değişkenin kesikli olduğu durumlarda, veriler dönüşümle sürekli biçime getirilir.

a katsayısı : Regresyon doğrusunun y eksenini kestiği noktayı gösterir. x'in sıfır değerini alması anlamlı değilse, a katsayısı sadece regresyon denklemi için gerekli bir katsayıdır.

b katsayısı : Regresyon katsayısıdır. b katsayısı istatistiksel olarak, x değişkenindeki bir birimlik değişimin (artık ya da azalışın) bağımlı değişkende yapacağı ortalama değişiklik miktarını verir.

Regresyon Denkleminin Kestirimi :

İki değişken arasındaki doğrusal ilişki, gerçek y_i değerleri ile tahmini y'_i değerleri arasındaki farkı en küçük kılan a ve b kestiricilerinin elde edilmesi ile bulunur. Şekil 2'de görüldüğü gibi, y_i gözlem değerlerine karşılık gelen y' kestirim değerleri, gözlem değerlerini temsil eden regresyon doğrusu üzerindedir.



Şekil 2 : Gözlem ve Kestirim Değerlerinin Grafik Gösterimi

y_i gözlem değerleri ile y'_i kestirim değerleri arasındaki $y_i - y'_i = e_i$ farklarının en küçük değerini veren yönteme «en küçük kareler yöntemi» denir. Bu yönteme göre b ve a katsayıları;

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}{n}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} \qquad (4)$$

$$\text{ve} \quad a = \bar{y} - b\bar{x} \qquad (5)$$

ile bulunur ve $y' = a + bx$ denklemi kestirilmiş olur.

Çeşitli Kareler Toplamı, Serbestlik Derecesi ve Kareler Ortalaması :

XOAKT (KT_x) : x_i değerlerinin $\bar{x}$'ya göre düzeltilmiş kareler toplamı ya da $\bar{x}$'dan ayrı kareler toplamı olarak bilinir ve kısaca XOAKT ya da KT_x ile gösterilir. Serbestlik derecesi $n-1$ dir.

$$\text{XOAKT}(KT_x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2 \qquad (6)$$

YOAKT (KT_y) : $y_i - \bar{y}$ değerlerinin y'ya göre düzeltilmiş kareler toplamıdır ve bağımlı değişkendeki toplam değişimi verir. Genel kareler toplamı (GnKT) olarak da bilinir. Serbestlik derecesi n—1'dir.

$$\text{YOAKT}\ (KT_y) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n} = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\,\bar{y}^2 \qquad (7)$$

XYÇT ($ÇT_{xy}$) : Her iki değişkenin de kendi ortalamasına göre düzeltilmiş çarpımlar toplamıdır.

$$\text{XYÇT}\ (ÇT_{xy}) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n} =$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\,\bar{x}\,\bar{y} \qquad (8)$$

RAKT : Şekil 2'de de görüldüğü gibi, her bir y_i değeri ile, y_i değerlerinin regresyon doğrusu üzerindeki görünümü olan y'_i değerleri arasında bir fark vardır. Bu farkların kareleri toplamı, regresyondan ayrılış kareler toplamı olarak adlandırılır. RAKT aynı zamanda e_i'lerin kareleri toplamıdır.

$$\text{RAKT} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y'_i)^2 \qquad (9)$$

ile gösterilir.

$y = a + bx$ denkleminde $y_i - y_i'$ sapmalarının küçüklüğü, uyumun bir göstergesidir. Ayrıca, RAKT; bağımlı değişkendeki toplam değişimin (YOAKT), açıklanamayan bölümünü oluşturur. Serbestlik derecesi RASD n — 2'dir. RAKT'nın serbestlik derecesine bölümü ile elde edilen regresyondan ayrılış kareler ortalaması (RAKO);

$$\text{RAKO} = \text{RAKT/RASD} \qquad (10)$$

ile verilir.

RKT : $y_i' - \bar{y}$ sapması, bağımlı değişkendeki toplam değişimin açıklanabilen bölümünü oluşturur ve regresyon kareler toplamı (RKT) olarak ifade edilir.

$$\text{RKT} = \sum_{i=1}^{n} (y'_i - \bar{y})^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} x^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x\right)^2}{n}} = \frac{(\text{XYÇT})^2}{\text{XOAKT}} = b.\text{XYÇT} \qquad (11)$$

ile bulunur. Serbestlik derecesi RSD 1'dir. RKT'nın serbestlik derecesine bölümü ile elde edilen regresyon kareler ortalaması RKO;

$$RKO = RKT/RSD \tag{12}$$

ile verilir. RAKT küçüldükçe, RKT'nin büyümesi beklenir.

Bağımlı değişkendeki toplam değim (YOAKT), açıklanabilen ve açıklanamayan (RAKT) değişimlerden oluşur (eşitlik 13).

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n} (y'_i - \bar{y})^2 (+ \sum_{i=1}^{n} (y_i - y'_i)^2 \tag{13}$$

Yukarıdaki eşitlik açık olarak yazılırsa;

$$\begin{pmatrix} \text{Genel Kareler} \\ \text{Toplamı} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Regresyon Doğrusuna} \\ \text{Uyumun Kareler Top.} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Regresyon Doğrusundan} \\ \text{Ayrılışların K.T.} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{Toplam Değişim} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Açıklanabilen} \\ \text{Değişim} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Açıklanamayan} \\ \text{Değişim} \end{pmatrix}$$

$$(YOAKT) = (RKT) + (RAKT)$$

Kareler toplamları arasındaki bu toplamsal ilişki, serbestlik dereceleri için de geçerlidir (eşitlik 14).

$$YOASD = RSD + RASD \tag{14}$$

Belirtme Katsayısı :

Bağımlı değişkendeki değişimin yüzde kaçının bağımsız değişken tarafından açıklanabildiğini gösterir. Diğer bir deyişle, açıklanabilen değişimin toplam değişim içindeki yüzdesini verir. Bu nedenle, regresyon denkleminin verilere uyumunun bir göstergesidir ve R^2 ile gösterilir.

$$R^2 = \frac{\text{Açıklanabilen Değişim}}{\text{Toplam Değişim}} = \frac{RKT}{YOAKT} \tag{15}$$

R^2, korelasyon katsayısının karesinin alınması ile de bulunabilir.

Regresyon denkleminin Standart hatası eşitlik 16, a ve b katsayılarının standart hataları ise eşitlik 17 ve 18'de verilmiştir.

$$S_{vx} = \sqrt{RAKO} \tag{16}$$

$$S_a = S_{vx} . \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{XOAKT}} \tag{17}$$

$$S_b = S_{vx} \quad \sqrt{XOAKT} \tag{18}$$

Buraya kadar anlatılan bölüme örneğimizi uygulayacak olursak;

$b = 4.088$, $a = 7.054$ bulunur ve regresyon denklemi

$y'_i = 7.054 + 4.088\, x_i$

yazılır. Ayrıca,

XOAKT = 11.375 RKT = 190.092 RKO = 190.092
YOAKT = 210.30 RAKT = 20.208 RAKO = 1.837
R^2 = 0.90 S_{vx} = 1.355 S_a = 0.887 S_b = 0.402

olarak bulunur. (YOAKT-RKT) ifadesi ile kolayca bulunan RAKT, her bir x_i değerine karşılık gelen y_i değerlerinin elde edilmesi ve sonra, $\sum_{i=1}^{n} (y_i - y'_i)^2$ ifadesinin bulunması ile de elde edilebilir (Tablo 2).

Tablo 2 : RAKT'nın $\sum_{i=1}^{n} (y_i - y'_i)^2$ formülü ile Hesaplanması

x_i	y_i	y'_i	$(y_i - y'_i) = e_i$	$(y_i - y'_i)^2 = e_i^2$
0.50	10	9.098	0.902	0.8136
0.75	8	10.120	— 2.12	4.4944
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
3.50	21	21.362	— 0.362	0.131
			TOPLAM :	**20.208**

Yukarıdaki tabloda, örneğin x_i = 0.50 kg'lık sertlik miktarına karşılık hesaplanan y'_i = 9.098 kestirim değeri, $y'_i = 7.054 + 4.088\ x_i$ denkleminde x_i yerine 0.50'nin konulması ile bulunur.

Güven Aralıkları :

$y'_i = a + bx_i$ denklemi, örnekleme sonucu oluşturulduğundan, a ve b değerleri gerçek değerlerin birer önkestirimidir. Dolayısıyla, bu değerler örneklemden örnekleme değişiklik gösterirler. Bu kestirimlerin evren değerleri α ve β sembolleri ile gösterilir ve iki değişken arasındaki gerçek bağıntı;

$$y_i = \alpha + \beta\ x_i \qquad (19)$$

şeklinde yazılır. Burada α ve β bilinmeyen regresyon katsayılarıdır.

Güven aralıkları yardımıyla, bilinmeyen evren regresyon katsayılarının içinde bulunduğu olası sınırlar belirlenebilir.

α için güven aralığı; Eşitlik 20'deki gibi hesaplanır.

$$a - t\,S_a \leqslant \alpha \leqslant a + t\,S_a \qquad (20)$$

Burada S_a; a katsayısının standart hatası, t; n — 2 serbestlik derecesindeki ve istediğimiz α yanılma düzeyindeki çift yönlü t tablo değeridir. Örneğimiz için α = 0.05 seçilirse $t_{(0.05,11)} = 2.20$

$$5.123 \leqslant \alpha \leqslant 9.025$$

bulunur. Bu sonuç bize, bilinmeyen ve örneklem değerleri yardımıyla kestirilen σ katsayısının α = 0.05 yanılma düzeyinde (0.95 güvenilirlikle) 5.12 ile 9.02 arasında bir değer olduğunu gösterir.

β için güven aralığı; Eşitlik 21'deki gibi hesaplanır.

$$b - t\ S_b \leqslant \beta \leqslant b + t\ S_b \tag{21}$$

Burada S_b, b katsayısının standart hatası, t; n — 2 serbestlik derecesindeki ve istediğimiz α yanılma düzeyindeki çift yönlü t tablo değeridir. Örneğimiz için $\alpha = 0.05$ seçilirse $t_{(0.05,11)} = 2.20$

$3.2 \leqslant \beta \leqslant 4.97$ olarak bulunur.

Doğrusallıktan Ayrılışın Önem Kontrolü :

Deneysel noktaların, $y'_i = a + bx_i$ regresyon doğrusu denklemi ile temsil edilip edilemeyeceğini gösterir. Bu amaçla F istatistiği kullanılır ve F tablosundan yararlanılır. F istatistiği eşitlik 22 yardımıyla bulunur.

$$F = RKO/RAKO \tag{22}$$

Doğrusallıktan ayrılışın önem kontrolü, her regresyon çözümlemesi için mutlaka yapılmalıdır. Deneysel noktaların $y'_i = a + b x_i$ kestirim denklemine uyumu önemsiz çıkarsa, regresyon kestirim denkleminin geçersiz olduğuna, diğer bir deyişle deneysel noktaların $y'_i = a + b x_i$ regresyon kestirim denklemi ile ifade edilemeyeceğine karar verilir.

REGRESYON ÇÖZÜMLEMESİNDE KESTİRİM

a. Uyum Kestirimi ve Güven Aralıkları :

Veri kümesinde bulunan herhangi bir x_i değerine karşılık gelen y_i değerinin kestirimine uyum kestirimi denir. Örneğimizdeki x_i veri kümesinde bulunan $x_i = 1.5$ kg için $y_i = 13.186$ dk olarak kestirilir. Bu kestirim, veri kümesinde bulunan bir x_i değeri için bulunduğundan bir uyum kestirimidir. Uyum kestiriminin standart hatası eşitlik 23'de verilmiştir.

$$S_{y'_i} = S_{yx} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{XOAKT}} \tag{23}$$

$x_i = 1.5$ için $S_{y_i} = 0.426$ olarak bulunur ve $x_i = 1.5$ için

$y_i = 13.186 \mp 0.426$ dk olarak yazılabilir.

Yapılan kestirimlerin evren değerlerine genellenmesi güven aralıkları ile yapılır. Uyum kestirimi için güven aralıkları eşitlik 24'de verilmiştir;

$$y'_i - t.S_{y'_i} \leqslant Y'_i \leqslant y'_i + t.S_{y'_i} \tag{24}$$

Eşitlik 24'deki t değeri; istenilen α yanılma düzeyindeki ve n — 2 serbestlik dereceli çift yönlü t tablo değeridir. $x_i = 1.5$ kg için eşitlik 24 yardımıyla

$12.25. \leqslant Y'_i \leqslant 14.12$

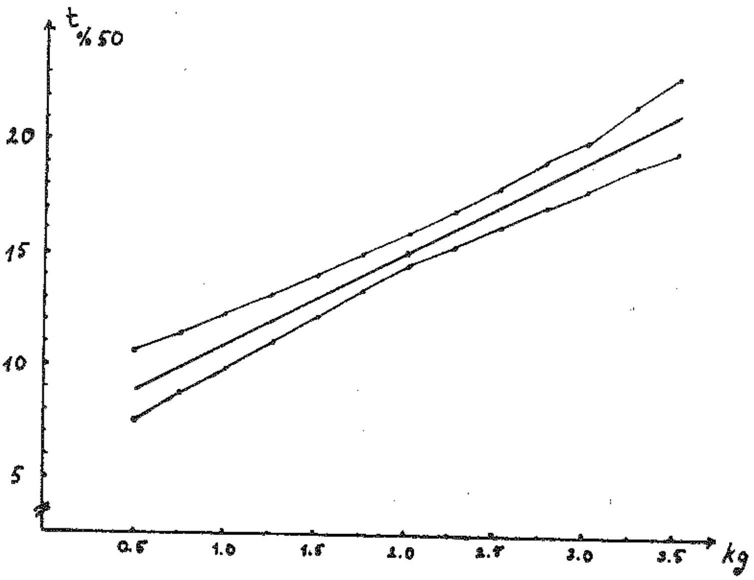
bulunur. Buna göre, 1.5 kg'lık sertlik miktarı için bilinmeyen evren değerinin 12.25-14.12 dk arasında olacağı anlaşılır.

Regresyon doğrusu çizildikten sonra, veri kümesindeki her x_i değerine karşılık gelen ve regresyon doğrusu üzerinde bulunan y'_i kestirim değerlerinin güven aralıkları da belirtilebilir (Tablo 3).

Tablo 3 : y'_i Değerlerinin Standart hataları ve $\alpha = 0.05$ düzeyinde Güven Aralıkları

x_i	y_i	y'_i	$S_{y'_i}$	Güven Aralıkları	
				Alt Sınır	Üst Sınır
0.50	10	9.098	0.710	7.535	10.660
0.75	8	10.120	0.627	8.740	11.499
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
3.50	21	21.362	0.710	19.799	22.924

Şekil 3'de $y'_i = 7.054 + 4.088\,x_i$ regresyon doğrusu ve bu doğrunun Tablo 3 yardımıyla çizilen % 95 güvenirlik düzeyindeki güven aralıkları verilmiştir. Şekilden de görüleceği gibi, güven aralıkları; $(\bar{x}, \bar{y})$ civarında en küçük aralığa sahip olmakta ve $(\bar{x}, \bar{y})$ noktasından uzaklaştıkça açılım göstermektedir.



Şekil 3 : $y_i = 7.054 + 4.088\ x_i$ Regresyon Doğrusu ve $\alpha = 0.05$ Yanılma Düzeyindeki Güven Aralıkları

b. Önkestirim ve Güven Aralıkları :

Regresyon çözümlemesinin amaçlarından biri de bilinen yardımı ile bilinmeyenlerin kestirilmesidir. Bu nedenle, önkestirim kavramı regresyon çözümlemesinde önemli yer tutar.

Veri kümesinde bulunmayan yeni bir x_i değeri için bir y''_i değerinin kestirimine önkestirim denir. Örneğimizde, $x''_i = 2.40$ kg'lık sertlik için (ki bu değer x veri kümesinde yoktur) $y''_i = 16.865$ dk. bulunur. Benzer şekilde, veri kümesinde bulunmayan $x''_i = 4.5$ kg için $y''_i = 7.054 + 4.088 \times 4.5 = 25.45$ dk bulunur.

Önkestirim Değerlerinin standart hatası eşitlik 25'de verilmiştir.

$$S''_{y_i} = S_{yx} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{XOAKT}} \tag{25}$$

$x''_i = 2.40$ kg için $S''_{y_i} = 1.415$ dk bulunur ve

$$y''_i = 16.865 \pm 1.415 \text{ dk yazılır.}$$

Önkestirim için güven aralığı eşitlik 26'da verilmiştir.

$$y''_i = t.S''_{y_i} \leqslant Y'' \leqslant y''_i + t.S''_{y_i} \tag{26}$$

Eşitlik 26'daki t değeri; istenilen α yanılma düzeyindeki ve n—2 serbestlik dereceli çift yönlü t tablo değeridir.

Örneğimizde, $x''_i = 2.40$ kg sertlik için $y''_i = 16.865$ dk ve $S_{y_i} = 1.415$ dk olarak bulunmuştu. $\alpha = 0.05$ için 16.865 dk olarak bulunan önkestirimin güven aralığı,

$$13.752 \leqslant Y \leqslant 19.978$$

olarak bulunur. Önkestirin değerleri için de, Şekil 3'deki gibi bir grafik çizilebilir.

KAYNAKLAR

1. Anscombe, F.J., «Graphs in Statistical Analysis,» American Statistician, 27, 17-21, 1973.
2. Chatterjee, Samprit and Bertram, Price. Regression Analysis by Example. New York, Wiley, 1977.
3. Daniel, C. and F.S. Wood. Fitting Equations to Data. New York, Wiley, 1971.
4. Draper, N.R. and H. Smith. Applied Regression Analysis. New York, 1981.
5. Erar, A. «Bağlanım (regresyon) Çözümlemesi» (Ders Notları, H.Ü. Fen Fakültesi İstatistik Bölümü), 1985.
6. Ertek, T. Ekonometriye Giriş. O.D.T.Ü, Ankara, 1973.